

Die Fibonacci - Versuchung Inspirationen an Effekten

Werner Rudolf Cramer
DfwG – Jahrestagung 2018
Bönnigheim

Fibonacci

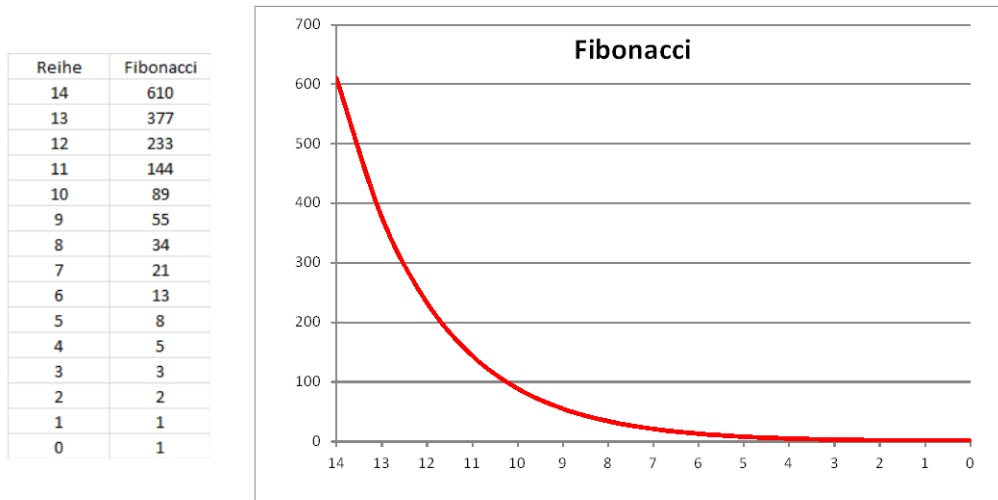
- Leonardo da Pisa
filius Bonacii/figlio di Bonaccio
„Fibonacci“
- * 1170 in Pisa; † nach 1240 in Pisa



- Fibonacci-Zahlenfolge
*Die Summe zweier aufeinanderfolgende Zahlen
ergibt die nächste Zahl:*
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...
- Der Quotient zweier aufeinanderfolgenden
Fibonacci-Zahlen tendiert gegen $f \sim 1.618$

Fibonacci

- Bei der Fibonacci-Folge wachsen die Abstände aufeinanderfolgender Zahlen
- Die Folge steigt immer stärker (nichtlinear) an



3

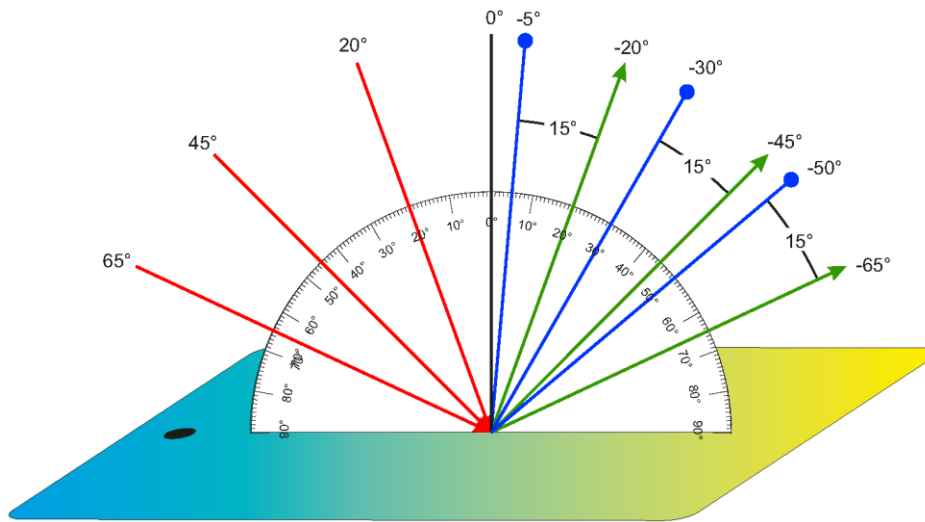
Interferenzpigmente

- Optische Eigenschaften werden über die Interferenz- und über die Aspecularlinie beschrieben
- Die **Interferenzlinie** ergibt sich durch die Messung bei variiertem Beleuchtungswinkel und konstantem Aspecularwinkel ($\alpha_s 15^\circ$)
- Die **Aspecularlinie** wird durch Messungen bei konstanter Beleuchtung (45°) und variierten Aspecularwinkeln beschrieben

4

Messungen Interferenzlinie

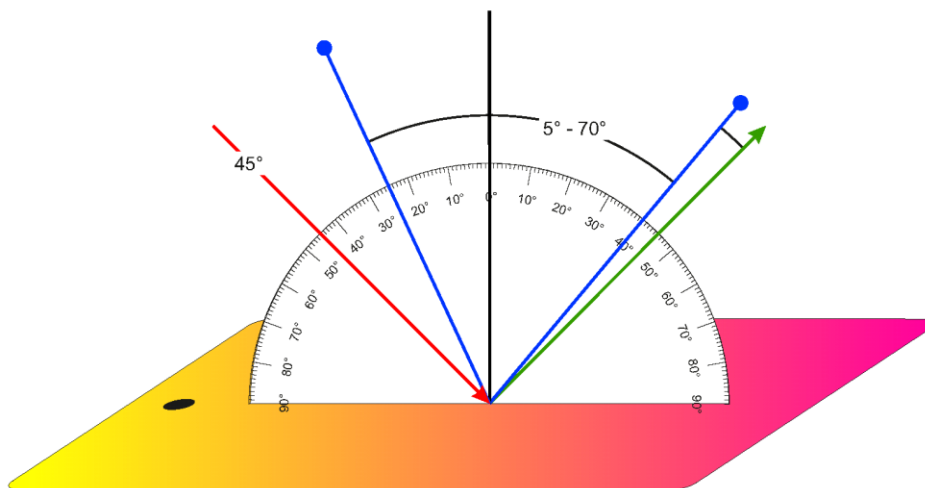
- Von der steilen Beleuchtung bei 20° erfolgt die Messung über die klassische Beleuchtung bei 45° bis 65°
- In allen Fällen bleibt der jeweilige Differenzwinkel zum Glanz (aspecular) gleich



5

Messung Aspecularlinie

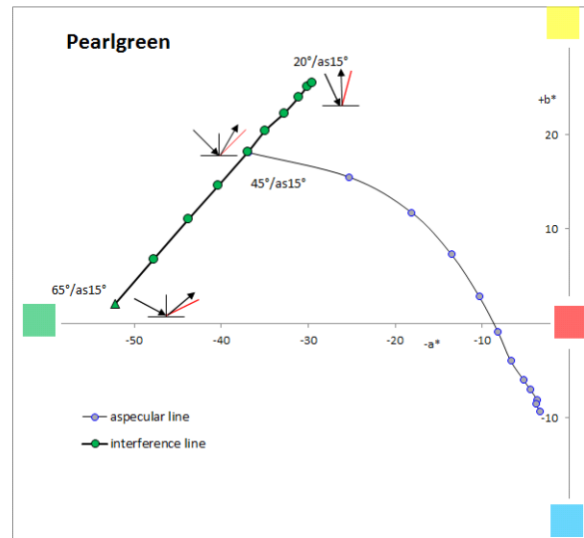
- Die Beleuchtung ist konstant bei 45°
- Gemessen wird in 5° -Schritten von 5° bis 70° vom Glanzwinkel



6

Interferenzpigmente

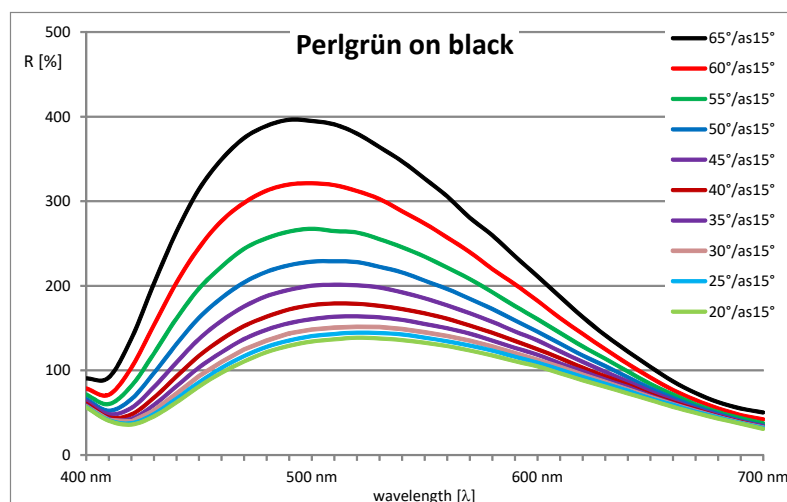
- Beispiel Perlgrün (aufgezogenes Muster auf Schwarz)
- Optische Eigenschaften werden über die Interferenzlinie (grüne Punkte) und über die Aspecular-Linie (graue Punkte) definiert
- Bei flacherer Beleuchtung drehen die Farbwerte gegen den Uhrzeigersinn



7

Interferenz - Linien

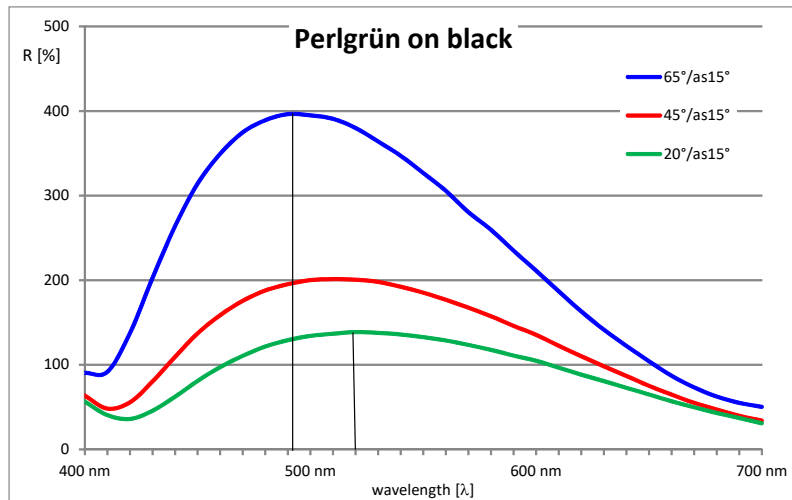
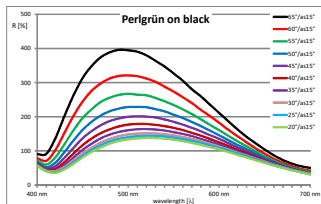
- Je flacher beleuchtet, desto stärker steigt die Reflexion
- Und die Differenzen zwischen aufeinanderfolgenden Reflexionskurven steigen auch, je flacher beleuchtet wird



8

Verschiebung zum Kürzerwelligen

- Typisch für Interferenzpigmente ist die Verschiebung der Reflexionen zum kürzerwelligen Spektralbereich
- Diese Reaktion wird durch das Interferenzgesetz beschrieben

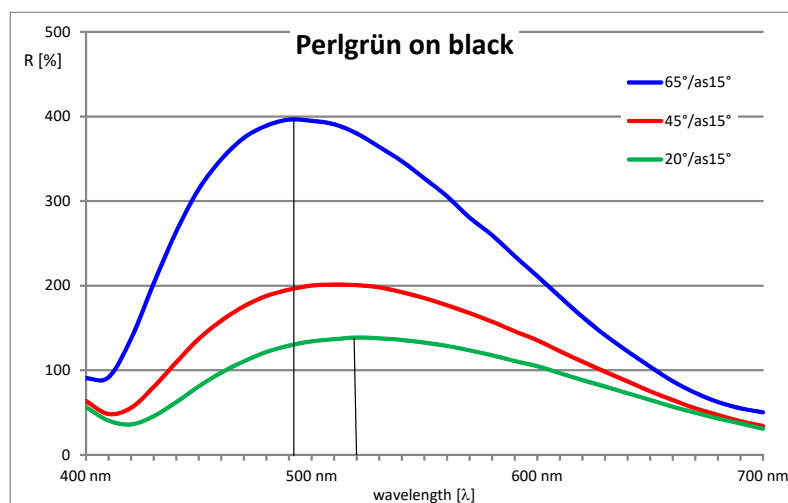


C:\Daten\experimente\fibonacci\fibonacci.xlsx]1266s

9

Maxima steigen

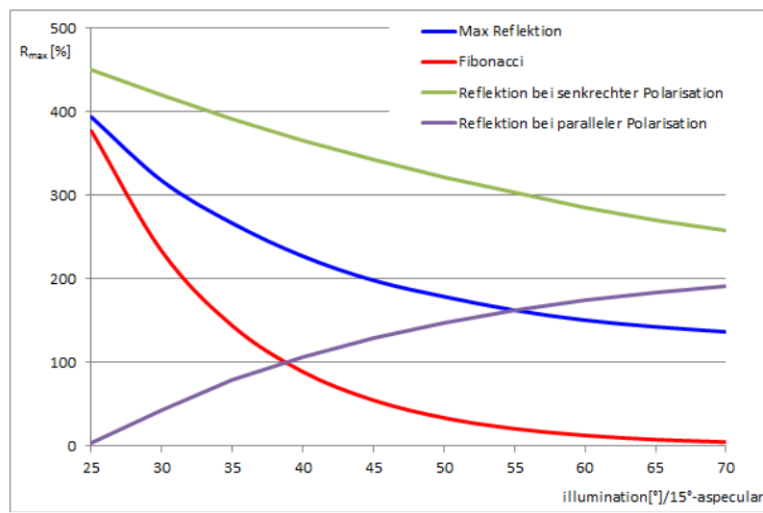
- Die Abstände zwischen den Reflexionskurven (Maxima) werden größer, je flacher beleuchtet wird
- Diese Reaktion wird durch das Fresnelgesetz beschrieben



10

Erklärungen

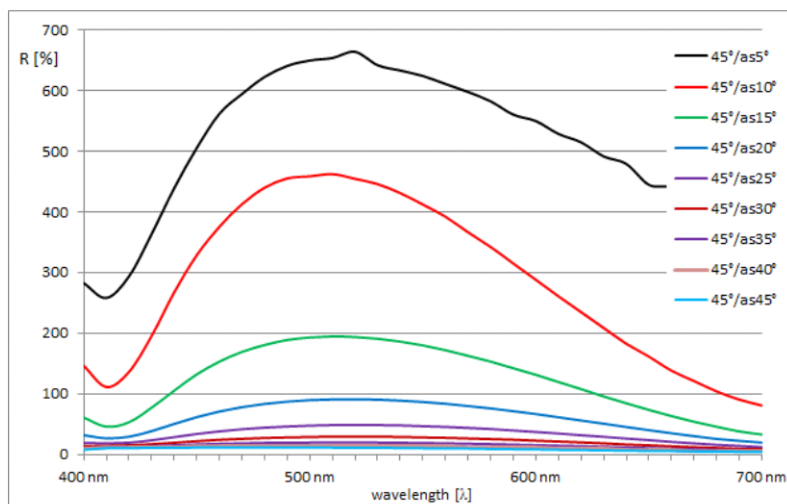
- Vergleich der Reflexionsmaxima mit angepaßter Fibonacci-Folge
- Vergleich mit Reflexion mit senkrechter und paralleler Polarisation nach Fresnel-Gesetz



11

Aspecular - Linien

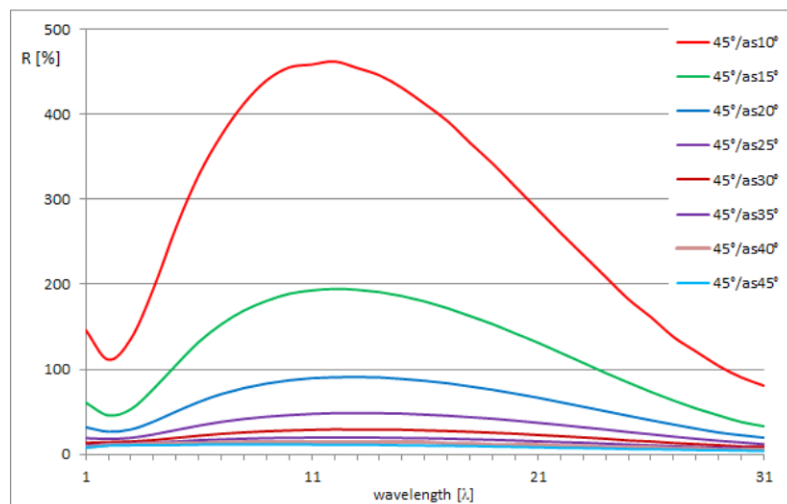
- Messungen vom Interferenzgrün in 5°-Schritten vom Glanz weg
- Messungen bei 5° vom Glanz liefert nicht-plausible Ergebnisse



12

Aspecular - Linien

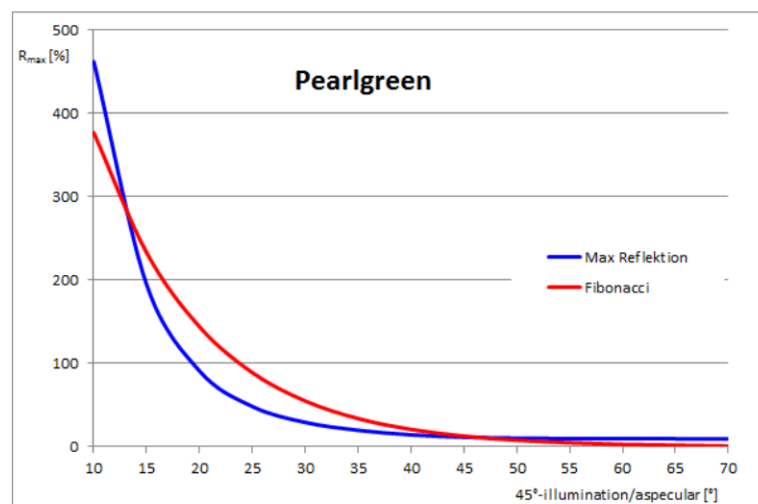
- Nahe am Glanz sind die Reflexionen am größten
- Differenzen aufeinanderfolgender Reflexionskurven werden immer größer/kleiner



13

Aspecular - Linien

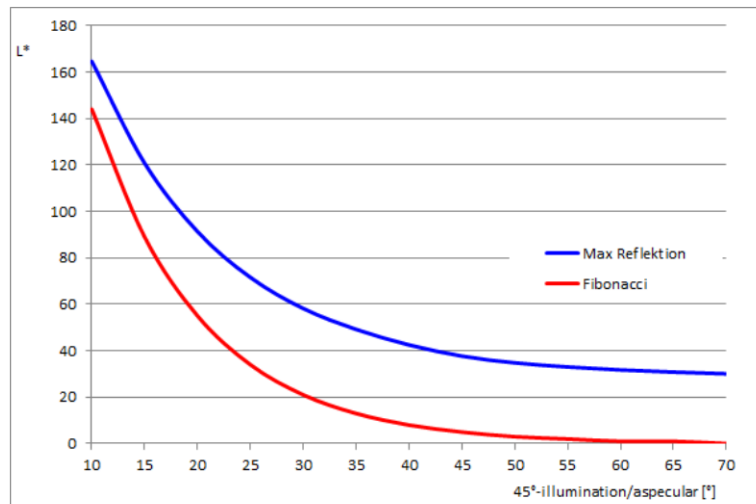
- Die Fibonacci-Folge ist der Kurve der maximalen Reflexionswerte ähnlich



14

Aspecular - Linien

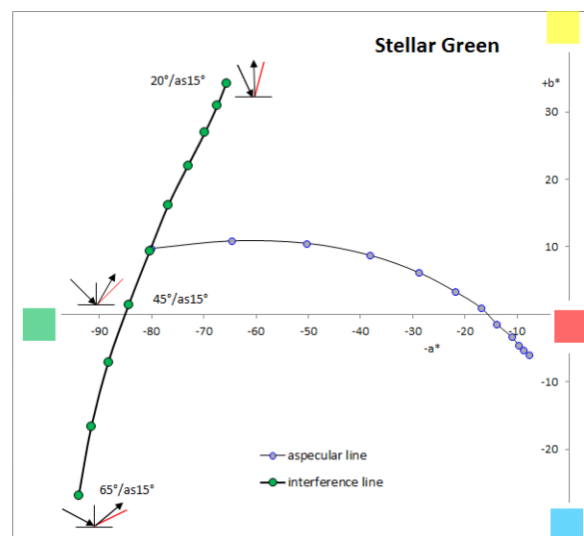
- Die Fibonacci-Folge ist auch der Kurve der Helligkeitswerte L^* ähnlich



15

Beispiel Stellar Green on black

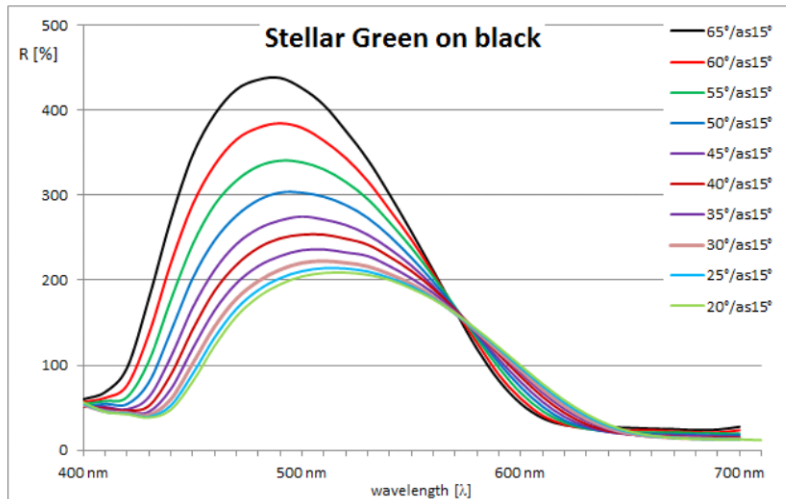
- Beispiel Stellar Green (aufgespritztes Muster auf Schwarz)
- Optische Eigenschaften werden über die Interferenzlinie (grüne Punkte) und über die Aspecular-Linie (graue Punkte) definiert
- Bei flacherer Beleuchtung drehen die Farbwerte gegen den Uhrzeigersinn



16

Interferenz - Linien

- Je flacher beleuchtet, desto stärker steigt die Reflexion
- Und die Differenzen zwischen aufeinanderfolgenden Reflexionskurven steigen auch, je flacher beleuchtet wird

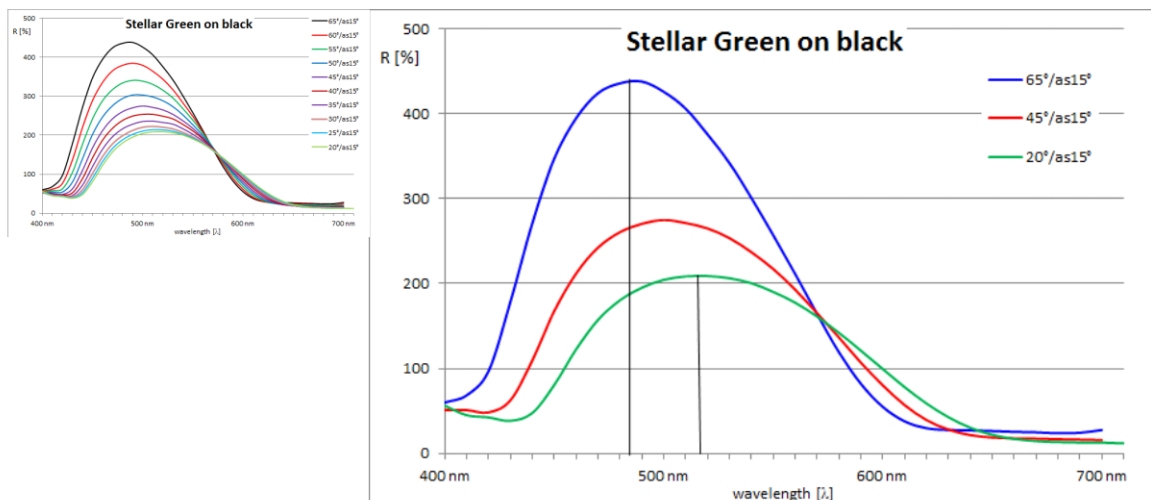


C:\Daten\experimente\fibonacci\[\fibonacci.xlsx]x0943

17

Verschiebung zum Kürzerwelligen

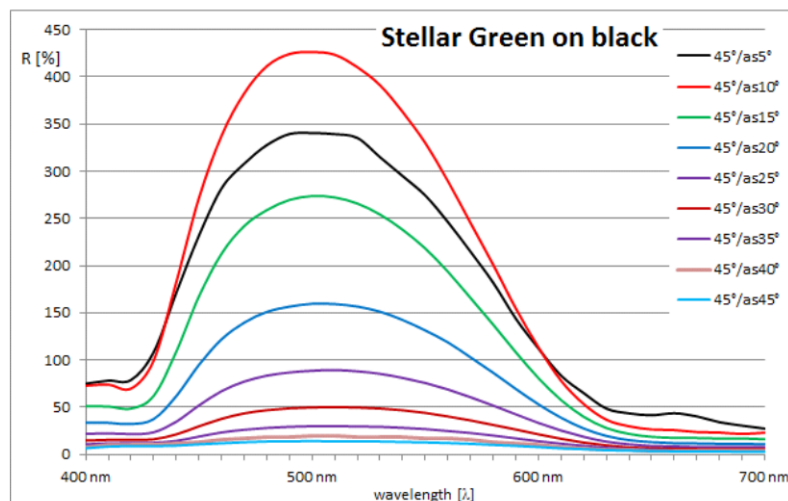
- Typisch für Interferenzpigmente ist die Verschiebung der Reflexionen zum kürzerwelligen Spektralbereich
- Diese Reaktion wird durch das Interferenzgesetz beschrieben



18

Aspecular - Linien

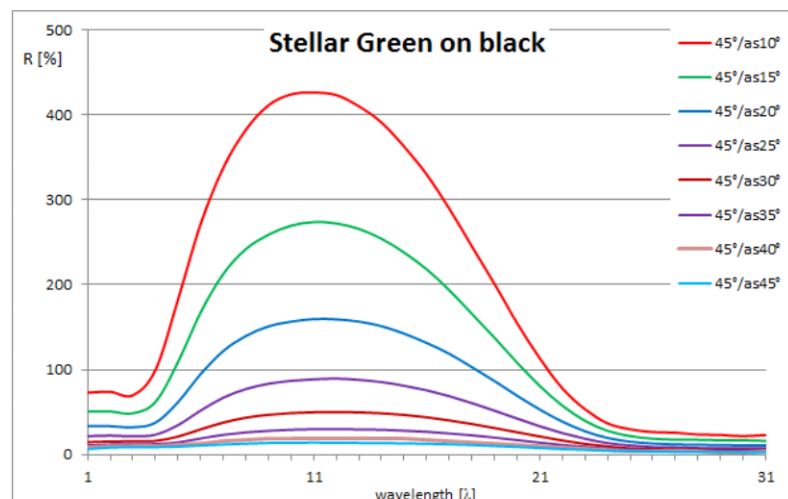
- Messungen vom Interferenzgrün in 5°-Schritten vom Glanz weg
- Messungen bei 5° vom Glanz liefert nicht-plausible Ergebnisse



19

Aspecular - Linien

- Nahe am Glanz sind die Reflexionen am größten
- Differenzen aufeinanderfolgender Reflexionskurven werden immer größer/kleiner

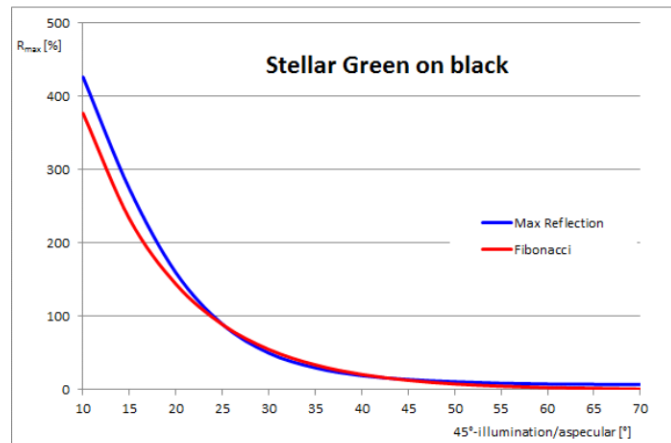


20

Aspecular - Linien

- Die Fibonacci-Folge ist der Kurve der maximalen Reflexionswerte ähnlich

aspecular	Max Reflection	Fibonacci
10	426.3	377
15	273.8	233
20	159.6	144
25	89.4	89
30	50.1	55
35	30.0	34
40	19.4	21
45	14.1	13
50	11.0	8
55	9.0	5
60	7.9	3
65	7.5	2
70	7.4	1

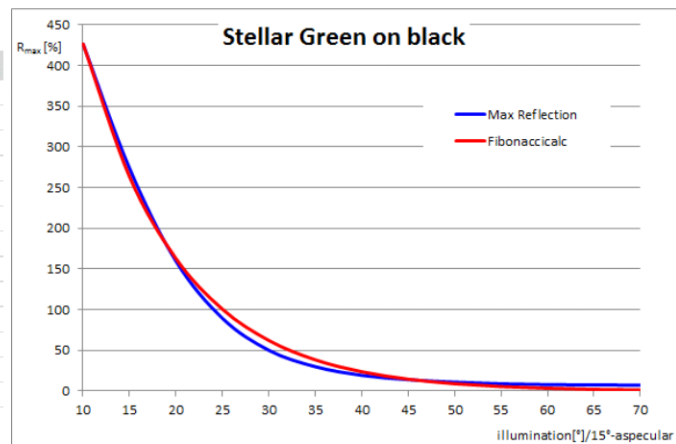


21

Aspecular - Linien

- Die Fibonacci-Folge ist der Kurve der maximalen Reflexionswerte ähnlich

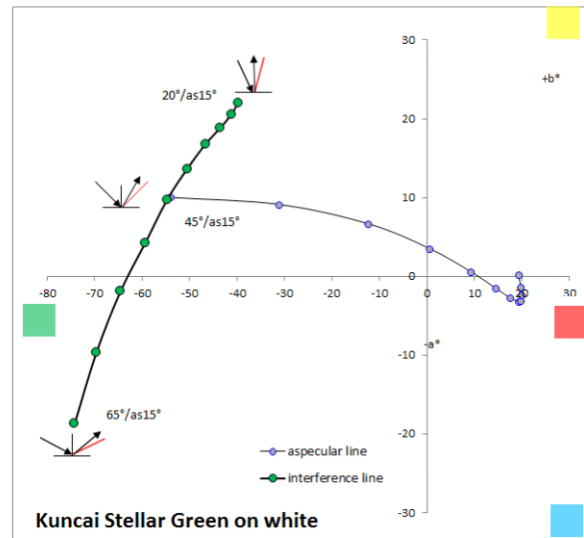
aspecular	Max Reflection	Fibonacci	Fibonacci _{calc}
10	426.3	377	426.3
15	273.8	233	263.5
20	159.6	144	162.8
25	89.4	89	100.6
30	50.1	55	62.2
35	30.0	34	38.4
40	19.4	21	23.8
45	14.1	13	14.7
50	11.0	8	9.1
55	9.0	5	5.6
60	7.9	3	3.5
65	7.5	2	2.1
70	7.4	1	1.4



22

Beispiel Stellar Green on white

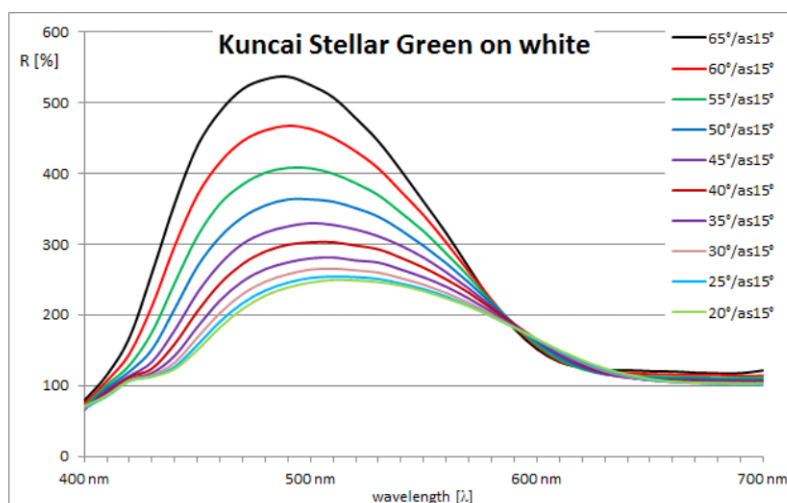
- Beispiel Stellar Green (aufgespritztes Muster auf Schwarz)
- Optische Eigenschaften werden über die Interferenzlinie (grüne Punkte) und über die Aspecular-Linie (graue Punkte) definiert
- Bei flacherer Beleuchtung drehen die Farbwerte gegen den Uhrzeigersinn



23

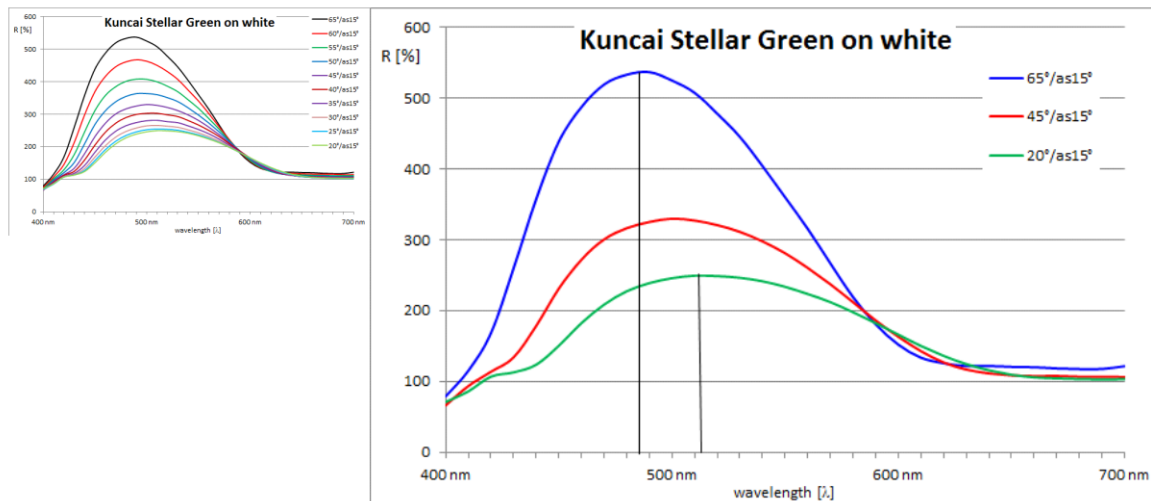
Interferenz - Linien

- Je flacher beleuchtet, desto stärker steigt die Reflexion
- Und die Differenzen zwischen aufeinanderfolgenden Reflexionskurven steigen auch, je flacher beleuchtet wird



Verschiebung zum Kürzerwelligen

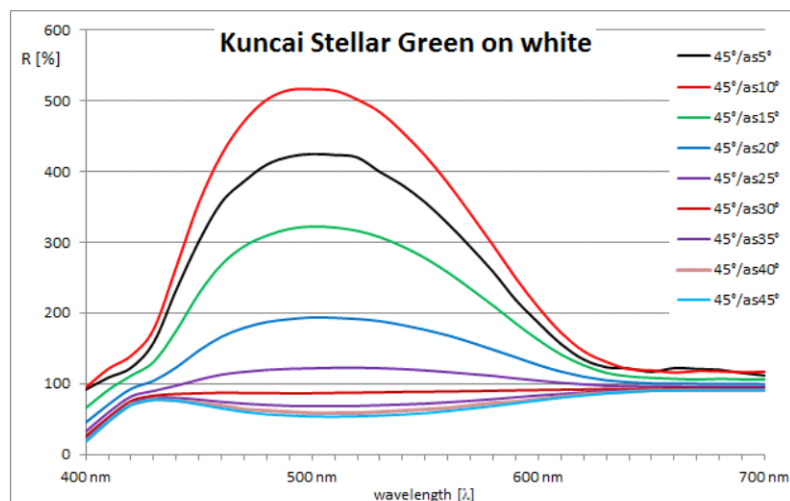
- Typisch für Interferenzpigmente ist die Verschiebung der Reflexionen zum kürzerwelligen Spektralbereich
- Diese Reaktion wird durch das Interferenzgesetz beschrieben



25

Aspecular - Linien

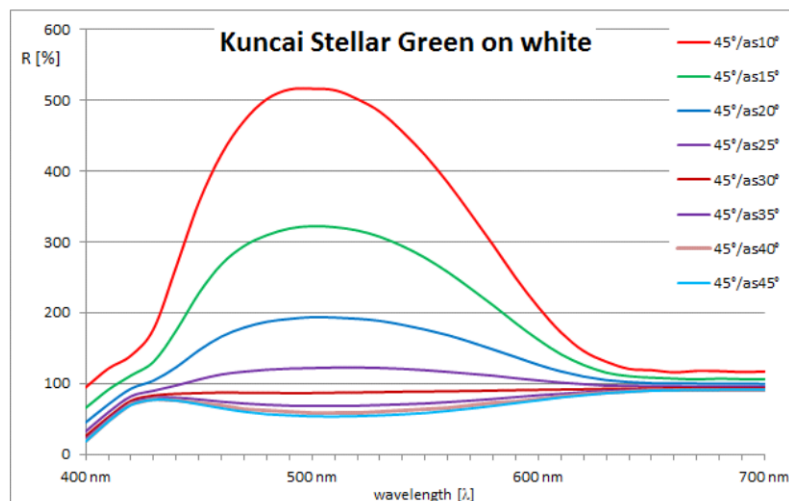
- Messungen vom Interferenzgrün in 5°-Schritten vom Glanz weg
- Messungen bei 5° vom Glanz liefert nicht-plausible Ergebnisse



26

Aspecular - Linien

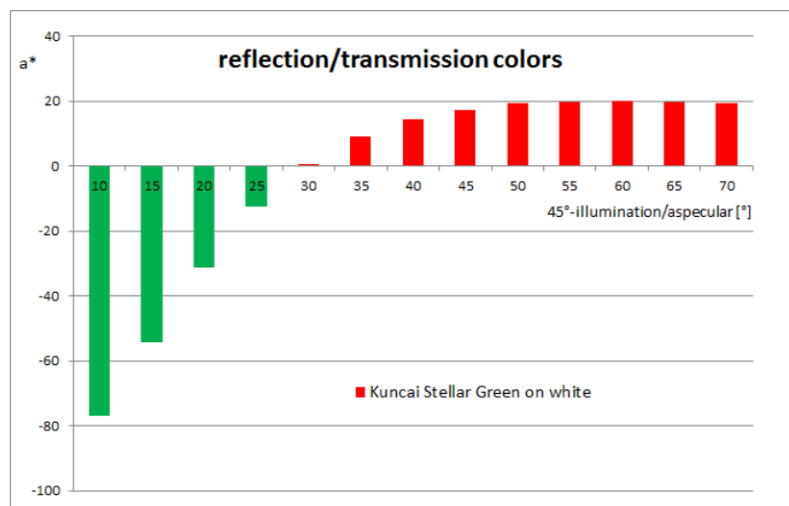
- Nahe am Glanz sind die Reflexionen am größten
- Differenzen aufeinanderfolgender Reflexionskurven werden immer größer/kleiner



27

Transition

- Nahe am Glanz sind die Reflexionen am größten
- Differenzen aufeinanderfolgender Reflexionskurven werden immer größer/kleiner

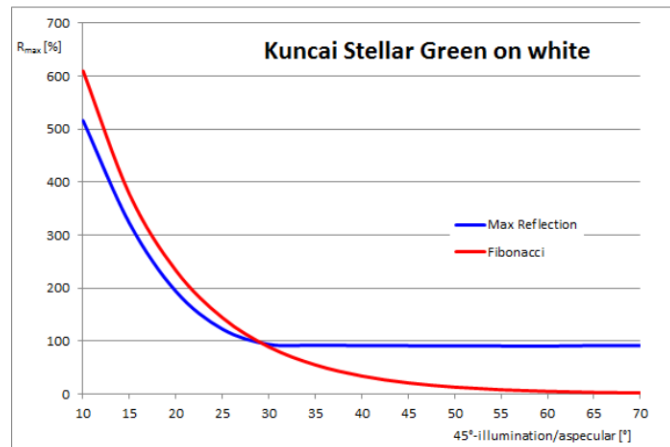


28

Aspecular - Linien

- Die Fibonacci-Folge ist der Kurve der maximalen Reflexionswerte ähnlich

aspecular	Max Reflection	Fibonacci
10	516.2	610
15	322.2	377
20	193.6	233
25	122.6	144
30	93.7	89
35	92.3	55
40	91.4	34
45	91.2	21
50	90.7	13
55	90.7	8
60	90.4	5
65	91.4	3
70	91.2	2

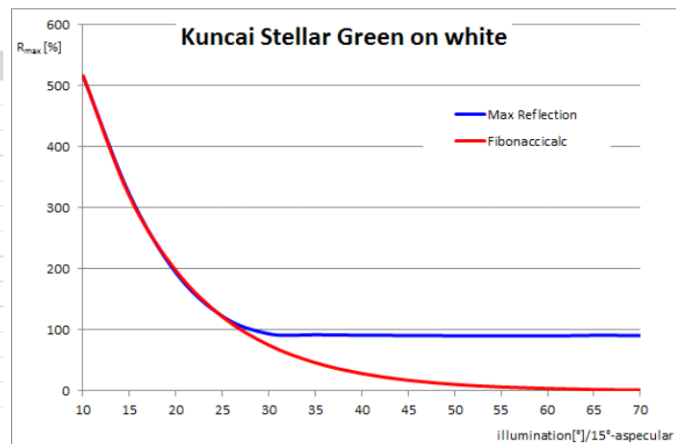


29

Aspecular - Linien

- Die Fibonacci-Folge ist der Kurve der maximalen Reflexionswerte ähnlich

aspecular	Max Reflection	Fibonacci	Fibonacci _{calc}
10	516.2	610	516.2
15	322.2	377	319.0
20	193.6	233	197.2
25	122.6	144	121.9
30	93.7	89	75.3
35	92.3	55	46.5
40	91.4	34	28.8
45	91.2	21	17.8
50	90.7	13	11.0
55	90.7	8	6.8
60	90.4	5	4.2
65	91.4	3	2.5
70	91.2	2	1.7



30

Resumee

- Die Reihe der Reflexionsmaxima bei Interferenzpigmenten stimmt oft mit der Fibonacci-Folge überein
- Allerdings ist die Übereinstimmung von der Applikation abhängig, die zu nicht-idealen Beschichtungen führen kann
- Beide Folgen - die von Fibonacci und die der Reflexionsmaxima – steigen nicht-linear an
- Es war eine schöne Idee, sich mit Fibonacci-Folge in Zusammenhang mit Interferenzpigmenten zu beschäftigen

31